

# 混沌相空间转动同步及判别切换保密通信的研究

孙广明, 黄金杰

(哈尔滨理工大学计算机科学与技术学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

**摘 要:** 研究了一个新的混沌动力系统, 进行了动力学分析, 通过对平衡点、Lyapunov 指数、Lyapunov 维数和 Poincare 截面的研究, 证实了系统的混沌行为。对混沌系统的相空间  $Z$  轴转动进行了研究, 引入了转动矩阵, 建立了相空间内的  $Z$  轴转动模型, 并进行了混沌系统空间转动同步研究。利用上述研究成果, 提出了混沌判别切换保密通信系统的方案, 适合应用于信息安全通信中。

**关键词:** 混沌; 混沌同步; 混沌吸引子; 保密通信

**中图分类号:** TN918

**文献标识码:** A

## Study on chaos phase space synchronous rotation and distinguish switching security communication

SUN Guang-ming, HUANG Jin-jie

(School of Computer Science and Technology, Harbin University of Science and Technology, Harbin 150080, China)

**Abstract:** A new chaotic dynamic system was proposed and the dynamic of this system was analyzed. Through the research of balance point, Lyapunov index, Lyapunov dimension and Poincare section, the chaotic behavior of the system was approved.  $Z$  axis of chaos system phase space was researched.  $Z$  axis rotation model in the phase space was built through introducing rotation matrix, and chaos system space synchronous rotation was researched. Based on the research results above, a chaotic distinguish switching security communication system was presented for the communication of information security.

**Key words:** chaos, chaos synchronization, chaotic attractor, security communication

### 1 引言

混沌是一种普遍存在的内在无规则的运动状态, 存在于自然科学、社会科学的各个领域, 引起国内外的广泛关注。近年来, 各国学者进行了大量的研究<sup>[1-4]</sup>。文献[1]研究了一个新的分数阶混沌系统, 混沌吸引子为四翼的拓扑结构。文献[2]提出了一种新的整数阶吸引子为蝴蝶状的三维自治混沌系统。文献[3]研究了一个多翅膀混沌系统, 并进行了电路实现研究。文献[4]研究了一个分数阶混沌系统。

混沌信号具有对初始条件的微小变化初值的

高度敏感以及不稳定性等类似密码系统特征, 以及混沌同步现象的发现<sup>[5]</sup>, 使混沌系统引入保密通信领域成为必然。混沌同步研究是当前非线性科学一个非常重要的分支, 国内外进行了大量的研究工作, 主要方法有: 驱动—响应法<sup>[6,7]</sup>, 将具有负 Lyapunov 指数的稳定子系统作为响应系统, 用连续的驱动信号耦合, 实现同步; 主动—被动法<sup>[8]</sup>, 将驱动变量引入系统, 得到系统总体误差动力学方程, 采用非线性控制理论方法, 使误差系统渐进稳定, 达到同步的研究; 状态反馈法<sup>[9,10]</sup>, 驱动系统给响应系统一个状态反馈, 使驱动系统和响应系统

收稿日期: 2016-01-30; 修回日期: 2016-06-23

基金项目: 黑龙江省自然科学基金资助项目 (No.F201222); 黑龙江省教育厅科技基金资助项目 (No.12511105); 哈尔滨市科技创新人才研究专项基金资助项目 (No.2007RFXXG023)

**Foundation Items:** The Natural Science Foundation of Heilongjiang Province (No.F201222), The Science Foundation of Educational Department of Heilongjiang Province (No.12511105), The Science and Technology Foundation for Innovative Talents of Harbin City (No.2007RFXXG023)

构成的误差系统渐进稳定, 以达到同步的目的; 模糊同步<sup>[11-13]</sup>, 利用混沌系统 T-S 模型的精确化建模方法, 根据系统的非线性项的表现形式, 进行系统建模, 以达到同步; 其他的方法, 如滑模控制法<sup>[14,15]</sup>、遗传算法<sup>[16]</sup>、神经网络<sup>[17]</sup>、判别同步<sup>[18]</sup>等方法实现混沌同步。

综上, 对混沌同步的研究, 均在混沌系统在相空间不转动的基础上进行的, 由于系统运动的复杂, 对于混沌系统围绕相空间坐标轴转动的情况, 并没有进行研究和评价。据此, 本文主要在以下方面进行了研究: 构建了一个新的三维混沌动力系统, 并对其进行动力学分析; 对于混沌系统在相空间内, 围绕 Z 坐标轴转动进行建模和分析; 对混沌系统在围绕相空间 Z 坐标轴转动进行了同步研究, 并给出仿真结果; 基于以上新混沌系统的相空间转动同步的研究成果, 对于日益迫切的信息安全问题, 提出了一种判别切换保密通信方案, 并进行了验证和仿真。

## 2 混沌系统及动力分析

新的三维混沌系统的数学模型描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + 10x_2 \\ \dot{x}_2 = ax_1 - bx_3 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - x_3 \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\dot{x}_1$ 、 $\dot{x}_2$ 、 $\dot{x}_3$  为系统变量,  $4 < a < 32$ ,  $0.7 < b < 5$ , 为系统参数。典型参数  $a=15$ ,  $b=2$ 。在保持其他参数不变但  $b > 0.7$  时, 系统处于混沌状态。图 1 为选取典型参数时系统的相图。

### 2.1 耗散性和混沌吸引子的存在分析

由于散度

$$\nabla V = \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \dot{x}_3}{\partial x_3} \quad (2)$$

经计算, 得系统(1)的散度  $\nabla V = -3 < 0$ , 则混沌系统(1)是耗散结构的, 并且混沌运动轨迹以指数形式收敛。

$$\frac{dV}{dt} = e^{-3t}$$

即初始体积元  $V_0$  在  $t$  时刻收缩为体积元  $V_0 e^{-3t}$ 。在  $t \rightarrow \infty$  时, 系统轨迹线的每个微小体积元均以  $e^{-3}$  指数速率收缩到零。所有系统(1)的轨迹线最终会被限

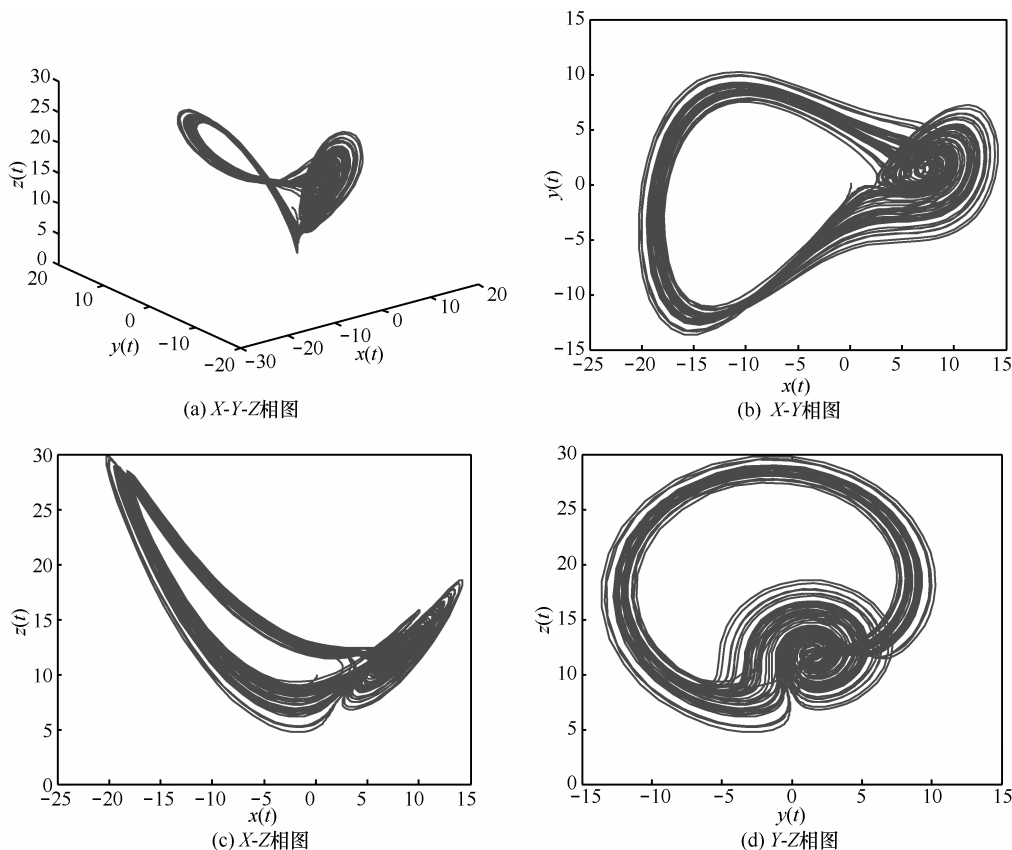


图 1 新混沌系统的系统相图

制在一个体积为零的极限集合，将渐进运动到一个固定的吸引子上。

### 2.2 系统平衡点的稳定性

系统平衡点由混沌系统(1)获得，考虑如下方程组。

$$\begin{cases} -2x_1 + 10x_2 = 0 \\ ax_1 - bx_3 - x_1x_3 = 0 \\ x_1x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中， $a=15$ ， $b=2$ 。此时混沌系统(1)有 3 个平衡点，分别为

$$P_0 = (0, 0, 0)$$

$$P_1 = \left( -1 - 2\sqrt{19}, \frac{-1 - 2\sqrt{19}}{5}, \frac{(-1 - 2\sqrt{19})^2}{5} \right)$$

$$P_2 = \left( -1 + 2\sqrt{19}, \frac{-1 + 2\sqrt{19}}{5}, \frac{(-1 + 2\sqrt{19})^2}{5} \right)$$

在系统平衡点  $P_0 = (0, 0, 0)$  处，混沌系统(1)的 Jacobian 矩阵为

$$J_0 = \begin{vmatrix} -a & b & 0 \\ c - z_0 & 0 & -d - x_0 \\ y_0 & x_0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 10 & 0 \\ 15 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \quad (4)$$

令系统特征方程  $\det(J_0 - \lambda I) = 0$  得，其特征根  $\lambda_1 = -13.2882$ ， $\lambda_2 = -11.2882$ ， $\lambda_3 = -1$ ，由于  $\lambda_1$ 、 $\lambda_3$  为负实数， $\lambda_2$  为正实数，所以系统平衡点  $P_0 = (0, 0, 0)$  是一个不稳定的鞍焦点。

同理，在系统平衡点  $P_1 = \left( -1 - 2\sqrt{19}, \frac{-1 - 2\sqrt{19}}{5}, \frac{(-1 - 2\sqrt{19})^2}{5} \right)$  处，混沌系统(1)的特征根为  $\lambda_1 = 3.3067 + 10.7844i$ ， $\lambda_2 = 3.3067 - 10.7844i$ ， $\lambda_3 = -9.6134$ 。

由于  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  为实部正数的共轭复数，且  $\lambda_3$  为负数，所以平衡点  $P_1$  为不稳定的鞍焦点。

在系统平衡点  $P_2 = \left( -1 + 2\sqrt{19}, \frac{-1 + 2\sqrt{19}}{5}, \frac{(-1 + 2\sqrt{19})^2}{5} \right)$  处，系统的特征根为  $\lambda_1 = 4.127 + 6.6394i$ ， $\lambda_2 = 4.127 - 6.6394i$ ， $\lambda_3 = -11.2539$ 。

由于  $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  为实部正数的共轭复数，且  $\lambda_3$  为负

数，所以平衡点  $P_2$  为不稳定的鞍焦点。

综上分析，系统(1)的 3 个平衡点  $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_2$ ，均为不稳定的平衡点，即系统(1)不稳定，可能为混沌。

### 2.3 Lyapunov 指数和 Lyapunov 维数

Lyapunov 指数是系统动力学特征的一个重要定量指标，表示系统在相空间中相邻轨道间收敛或发散的指数率。对于一个已知状态方程的系统，其 Lyapunov 指数谱系中，最大 Lyapunov 指数表征系统为混沌系统。通过计算得系统(1)的 Lyapunov 指数为： $\lambda_1 = 0.68512$ ， $\lambda_2 = -0.0019331$ ， $\lambda_3 = -3.6832$ 。其中， $\lambda_1 > 0$ ， $\lambda_2 \approx 0$ ， $\lambda_3 < 0$ ，说明系统(1)为混沌系统，且存在吸引子为奇异吸引子。从图 2 系统(1) Lyapunov 指数谱曲线可以看出，系统(1)的 Lyapunov 指数随着时间的变化逐渐趋于平稳。计算系统(1)的 Lyapunov 维数

$$D_L = j + \frac{1}{|\lambda_{Lj+1}|} \sum_{i=1}^j \lambda_{Li} = 2 + \frac{\lambda_{L1} + \lambda_{L2}}{|\lambda_{L3}|} = 2 + \frac{0.68512 - 0.0019331}{|-3.6832|} = 2.1854 \quad (5)$$

系统(1)的 Lyapunov 维数  $D_L = 2.1854$ ，为分数维数，同时验证了系统(1)为混沌系统。

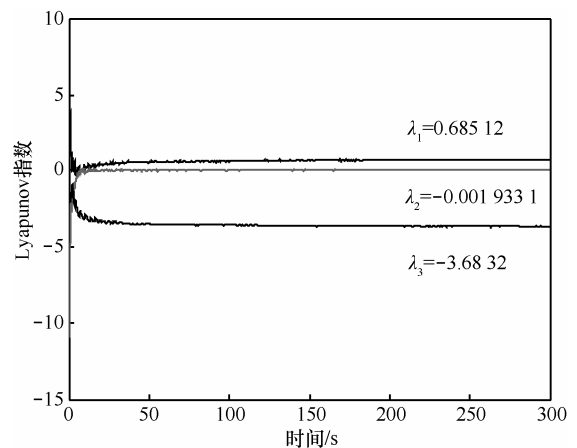


图 2 系统(1)的 Lyapunov 指数

### 2.4 Poincare 截面

为了观察系统的混沌运动，Poincare 截面的选取要恰当，可以固定参数，选择的 Poincare 截面不能包含系统的轨迹线，同时不能与轨迹线相切。由此观察 Poincare 截面情况，由此判定是否为混沌运动。在固定参数  $a=15$ ， $b=2$  时，选择  $z=20$  截面，得到系统(1)的 Poincare 截面，如图 3

所示，在 Poincare 截面上有多个密集点，吸引子轮廓清晰，进一步说明了系统的动力学运动时混沌的。

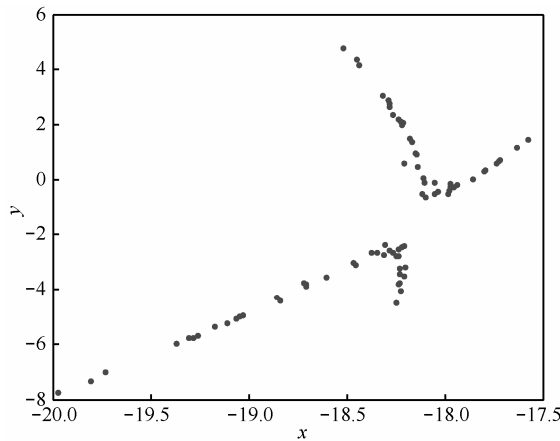


图 3 系统 (1) 在  $z=20$  上的 Poincare 截面

### 2.5 Kolmogorov 熵

一个  $n$  维动力系统，将它的相空间分割成边长为  $r$  的  $n$  维立方体盒子，对于状态空间的一个吸引子和吸引域中的轨道  $x(t)$ ，取微小时间间隔  $\tau$ ，令  $P(i_0, i_1, \dots, i_m)$  表示起始时刻系统轨道在第  $i_0$  个格子中， $t = \tau$  时在第  $i_1$  个格子中， $t = m\tau$  时在第  $i_m$  个格子中的联合概率，则有

$$K_n = - \sum_{i_0, \dots, i_m} P(i_0, i_1, \dots, i_m) \ln(i_0, i_1, \dots, i_m)$$

Kolmogorov 熵<sup>[19]</sup>定义为信息的平均损失率

$$\begin{aligned} K &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow 0} \frac{1}{m\tau} \sum_{i_0, \dots, i_m} (K_{i_{m+1}} - K_{i_m}) \\ &= \lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{r \rightarrow 0} \lim_{m \rightarrow 0} \frac{1}{m\tau} \sum_{i_0, \dots, i_m} P(i_0, i_1, \dots, i_m) \ln(i_0, i_1, \dots, i_m) \end{aligned}$$

Kolmogorov 熵 (简称 K 熵) 表征混沌系统运动的混乱和无规则程度，可用于混沌特征的识别、混乱程度的整体度量和区分系统的运动形式<sup>[20]</sup>。 $K=0$  表示系统处于规则运动状态； $K>0$  表示系统处于混沌运动状态；在混沌运动系统中，K 熵值越大，表征系统的混沌程度越严重，系统运动越复杂。

对于系统(1)，选取积分步长为 0.01，从图 4 可知，参数  $a$  缓慢增加时，系统(1)的 K 熵呈先衰减，后增加的趋势。混沌系统(1)的最小 K 熵  $K_{\min} \geq 2.2$ 。已知 Rossler 混沌系统的 K 熵<sup>[19,21]</sup>为 0.136，Lorenz 混沌系统的 K 熵<sup>[20,21]</sup>为 0.245，则认为系统(1)的混沌运动更加复杂。

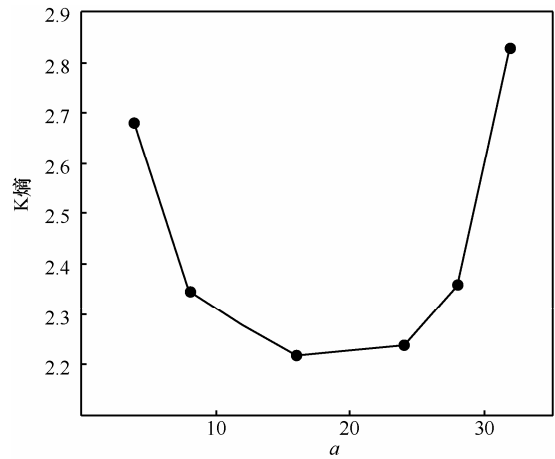


图 4 系统 (1) K 熵

## 3 Z 轴空间转动同步

### 3.1 问题的描述和转动同步

根据相空间转动的理论，定义三维空间内，围绕 Z 轴的转动矩阵为

$$\alpha_z = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中， $\theta$  为围绕 Z 轴转动的角度，以系统(1)为模型，可进行如下描述

$$\dot{X} = AX + \varphi(X) \quad (7)$$

其中， $X = [x_1, x_2, x_3]^T$ ， $A = \begin{bmatrix} -2 & 10 & 0 \\ a & 0 & -b \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ，

$\varphi(X) = [0, -x_1x_3, x_1x_3]^T$ 。式(7)围绕 Z 轴空间转动  $\theta$  角度，可以描述为

$$\dot{X}_\theta = \alpha_z X = \alpha_z [AX + \varphi(X)] \quad (8)$$

**定义 1** 对于相空间，系统  $\dot{X}$  转动  $\theta$  角后，得到新的系统  $\dot{Y}$ ，令  $\dot{X}$  为驱动系统， $\dot{Y}$  为响应系统，有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|y - x_\theta\| = 0$$

则称驱动系统和响应系统实现转动同步。

以系统(1)为驱动系统，围绕 Z 轴转动的响应系统为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = -2y_1 + 10y_2 + u_1 \\ \dot{y}_2 = ay_1 - by_3 - y_1y_3 + u_2 \\ \dot{y}_3 = y_1y_2 - y_3 + u_3 \end{cases} \quad (9)$$

其中， $u_1$ 、 $u_2$ 、 $u_3$  为待设计的同步控制器。

那么系统(1)围绕 Z 轴转动  $\theta$  角后，系统的误差为

$$\dot{E} = \dot{Y} - \alpha_z \dot{X} = \dot{Y} - \alpha_z [A\dot{X} + \varphi(\dot{X})]$$

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y}_1 - (\dot{x}_1 \cos \theta - \dot{x}_2 \sin \theta) \\ \dot{y}_2 - (\dot{x}_1 \sin \theta + \dot{x}_2 \cos \theta) \\ \dot{y}_3 - \dot{x}_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (-2y_1 + 10y_2) - [(-2x_1 + 10x_2) \cos \theta - (ax_1 - bx_3 - x_1x_3) \sin \theta] + u_1 \\ (ay_1 - by_3 - y_1y_3) - [(-2x_1 + 10x_2) \sin \theta + (ax_1 - bx_3 - x_1x_3) \cos \theta] + u_2 \\ (y_1y_2 - y_3) - (x_1x_2 - x_3) + u_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

设  $e_1 = y_1 - (x_1 \cos \theta - x_2 \sin \theta)$  ,  $e_2 = y_2 - (x_1 \sin \theta + x_2 \cos \theta)$  ,  $e_3 = y_3 - x_3$  , 则有

$$\dot{e}_1 = -2e_1 - 10x_2 \cos \theta + (2x_2 + ax_1 - bx_3 - x_1x_3) \sin \theta + 10y_2 + u_1$$

$$\dot{e}_2 = -e_2 + (x_1 - 10x_2) \sin \theta + (ax_1 - x_2 - bx_3 - x_1x_3) \cos \theta + (ay_1 + y_2 - by_3 - y_1y_3) + u_2$$

$$\dot{e}_3 = -e_3 + y_1y_3 - x_1x_3 + u_3$$

令

$$u_1 = 10x_2 \cos \theta - (2x_2 + ax_1 - bx_3 - x_1x_3) \sin \theta - 10y_2$$

$$u_2 = -(x_1 - 10x_2) \sin \theta - (ax_1 - x_2 - bx_3 - x_1x_3) \cos \theta -$$

$$(ay_1 + y_2 - by_3 - y_1y_3)$$

$$u_3 = -y_1y_3 + x_1x_3$$

构造 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2)} \geq 0$$

那么,  $\dot{V} = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + e_3\dot{e}_3 = -2e_1^2 - e_2^2 - e_3^2 \leq 0$  .

当  $e_1 = e_2 = e_3 = 0$  时,  $V = \dot{V} = 0$  , 依据 Lyapunov 稳定性定理, 系统误差式(10)渐进稳定, 当  $t \rightarrow \infty$  时,  $e_1 = e_2 = e_3 = 0$  , 即可实现驱动系统与响应系统转动同步。

### 3.2 同步仿真

选取典型参数  $a=15$  ,  $b=2$  , 驱动系统初始值 [10,7,10] , 响应系统初始值 [15,13,14] , 驱动系统和响应系统为混沌特性。

当  $\theta=0^\circ$  时, 驱动系统和响应系统在相空间中的运动如图 5 所示, 在控制器和转动矩阵的控制下,

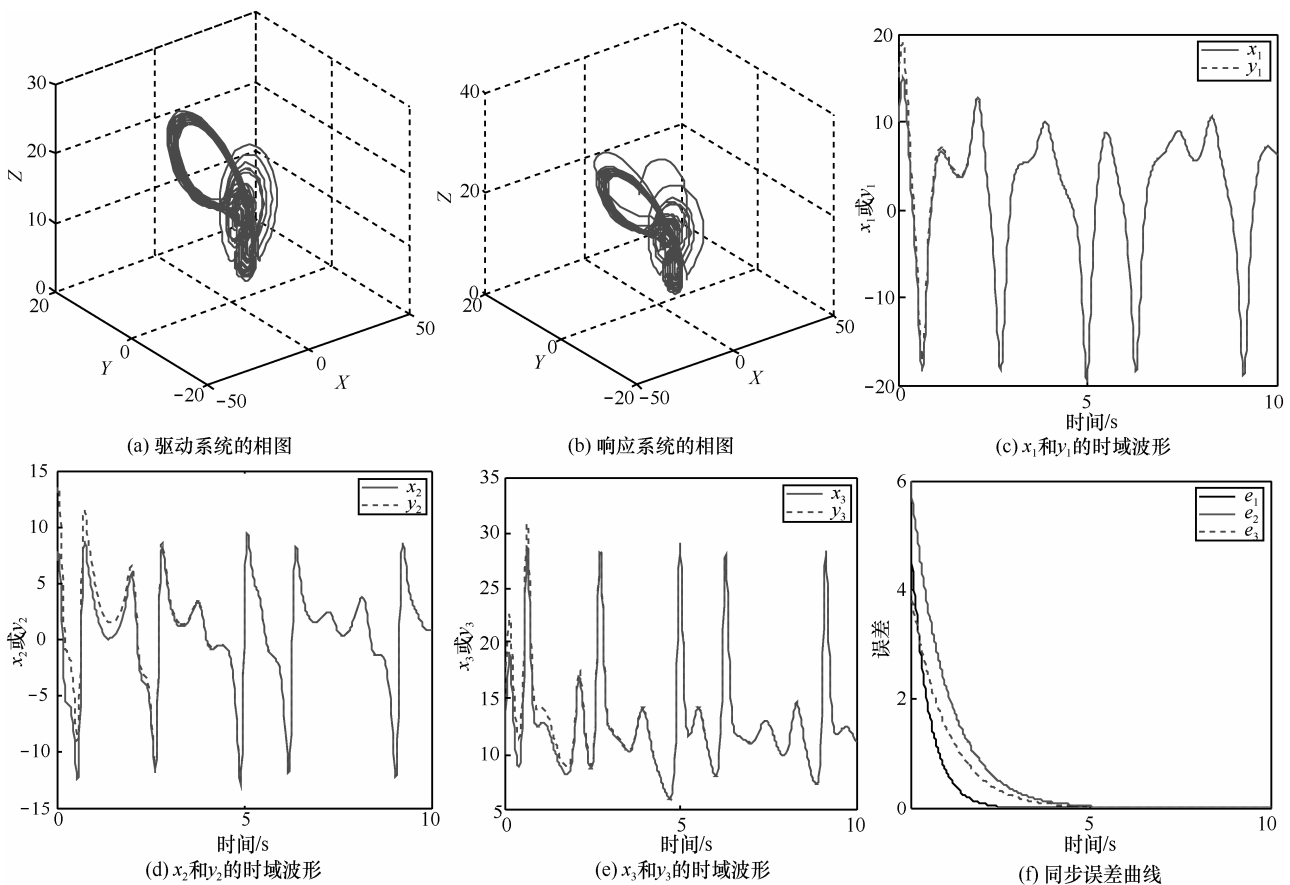


图 5  $\theta=0^\circ$  时, 同步的实验结果

驱动系统和响应系统的  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  相时域波形较快同步。同时，系统误差在 7 s 内实现收敛到零，驱动、响应系统快速同步。

当  $\theta = 60^\circ$  时，驱动系统和响应系统在相空间中的运动如图 6 所示，在控制器和转动矩阵的控制下，驱动系统和响应系统的  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  相时域波形较快同步。同时，系统误差在 5 s 内实现收敛到零，驱动、响应系统快速同步。

当  $\theta = 240^\circ$  时，驱动系统和响应系统在相空间中的运动如图 7 所示，在控制器和转动矩阵的控制下，驱动系统和响应系统的  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  相时域波形较快同步。同时，系统误差在 5 s 内实现收敛到零，驱动、响应系统快速同步。

### 4 保密通信

随着社会的进步、技术的发展，保障信息的安全已经成为当前计算机、通信领域重要的课题和研究热点。混沌信号具有对初始条件的微小变化初值的高度敏感以及不稳定性，非周期和不可预测性等特点，以及随着混沌同步的研究深入，使将混沌引入保密通信成为必然。前文研究的新混沌系统和空间转动同步的方法，本文利用上述模型的基础上，提出了一种混沌判别的切换保密

通信方法。

#### 4.1 混沌判别切换保密通信

图 8 为混沌判别切换保密通信系统的原理框图，其通信的基本原理是发送端的混沌系统，输出类似噪声的混沌信号，通过比较判别函数  $f(t)$  判别判断，选择混沌载波信源，在这个混沌信源上叠加需要的有用信号  $m(t)$ ，通过信道将合成信号  $s(t)$  发送出去；在接收端与发送端混沌系统达到同步后，从接收的混合信号中去掉同步重构的混沌信号，从而解调出发送的有用信息  $m(t)$ 。

设有用信号  $m(t)$ ，合成密文信号  $s(t)$ ， $f(t)$  为比较判别函数。

在发送系统，有

$$s(t) = f(t) - km(t) \tag{11}$$

其中， $k$  为有用信号比例系数， $k$  的选择使得有用信号小于混沌信号的  $\frac{1}{4}$ 。

由驱动系统(1)，定义发送系统的比较判别函数  $f(t)$  如下

$$f(t) = \begin{cases} x_1(t), & x_3(t) - 15 > 0 \\ x_2(t), & x_3(t) - 15 < 0 \\ x_3(t), & x_3(t) - 15 = 0 \end{cases} \tag{12}$$

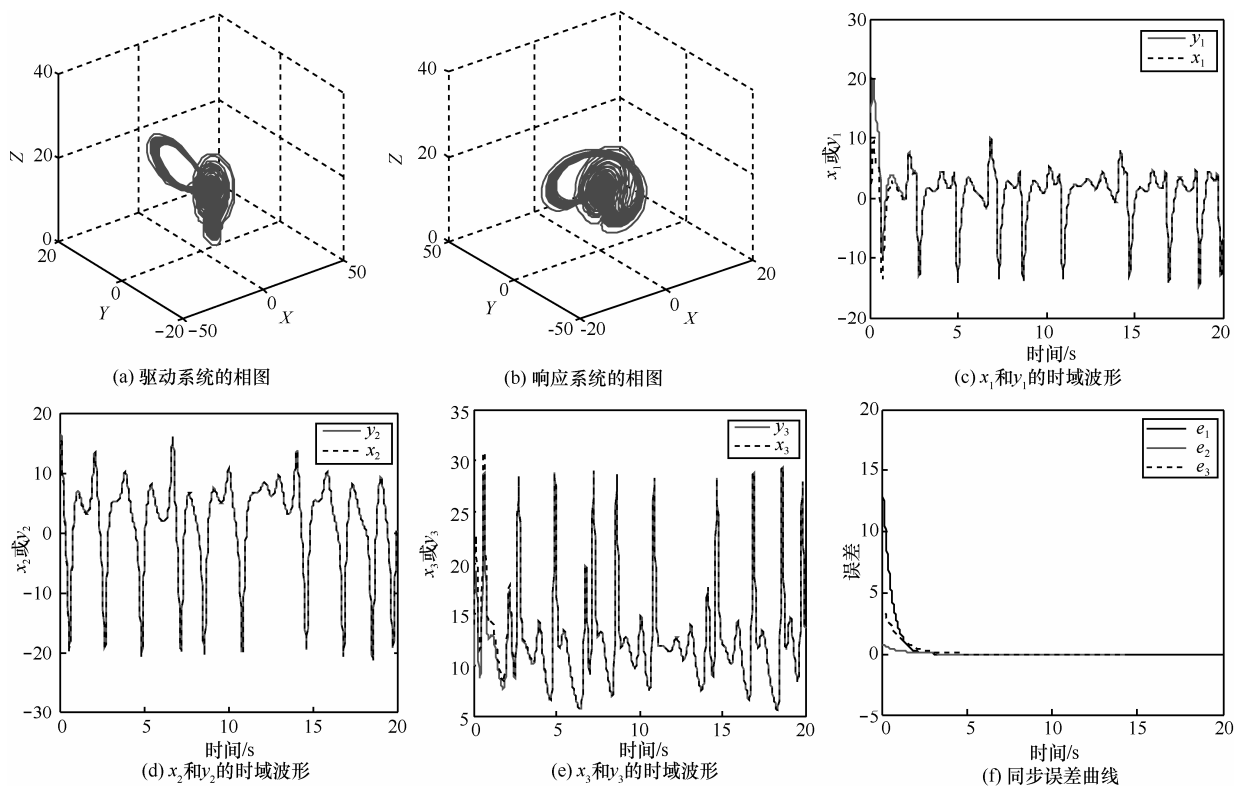


图 6  $\theta = 60^\circ$  时，同步的实验结果

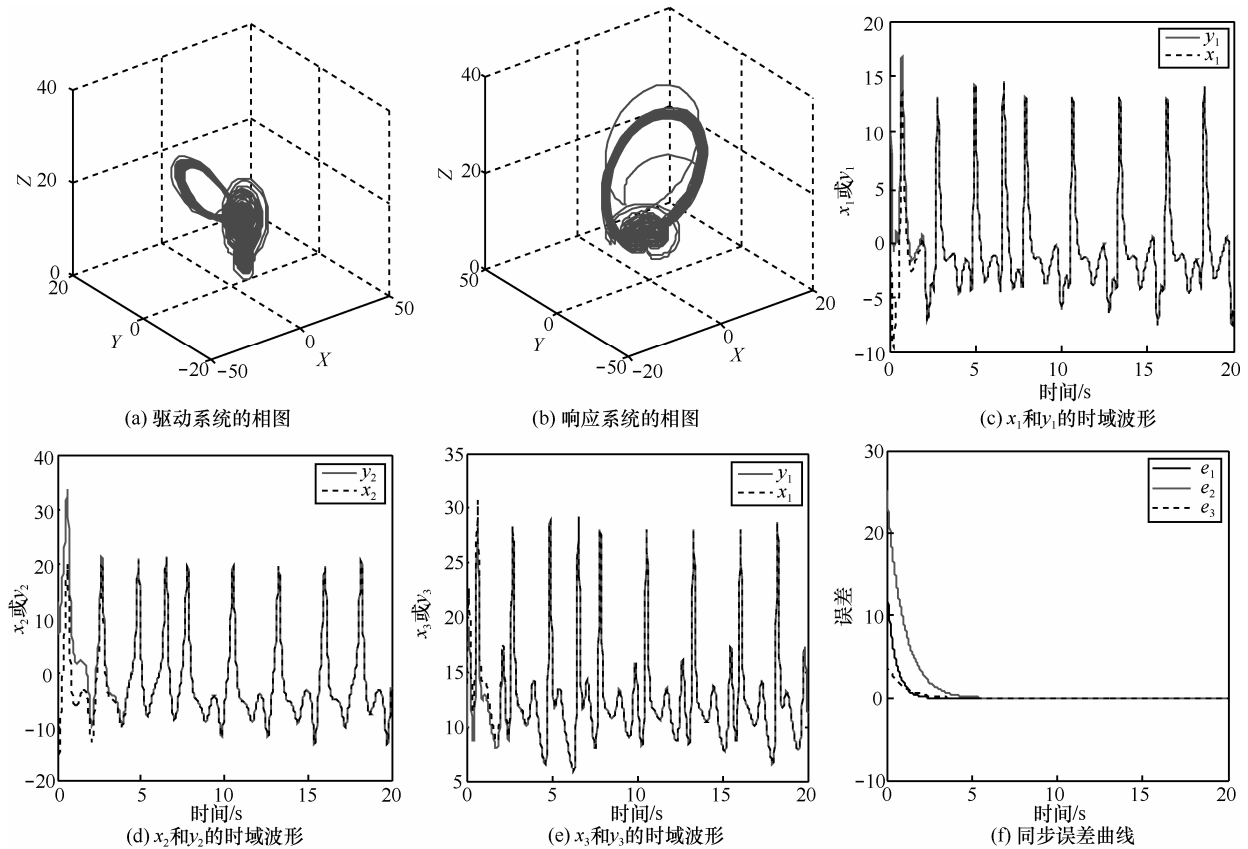


图 7  $\theta = 240^\circ$  时，同步的实验结果

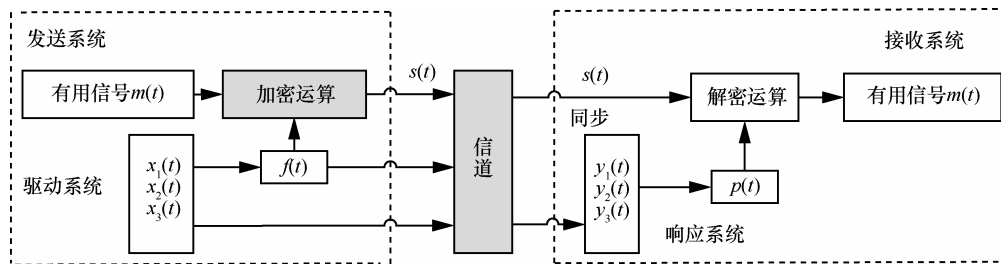


图 8 混沌判别切换保密通信系统

在接收系统，有

$$m(t) = s(t) + kp(t) \tag{13}$$

其中， $p(t)$ 为接收系统判别函数，定义如下

$$p(t) = \begin{cases} y_1(t), & y_3(t) - 15 > 0 \\ y_2(t), & y_3(t) - 15 < 0 \\ y_3(t), & y_3(t) - 15 = 0 \end{cases} \tag{14}$$

有用信号  $m(t)$  经过发送端转换，合成密文信号  $s(t)$ ，由信道传输到达接收系统，经过转动同步响应系统(9)，进入接收比较判别函数  $p(t)$ ，得到恢复的信号  $m'(t)$ 。

#### 4.2 性能测试与实验分析

设有用信号  $m(t) = 5\cos(t)$ ，有用信号比例系数

$k=1$ ，选取典型参数  $a=15$ ， $b=2$ ，转动角度  $\theta = 45^\circ$ ，驱动系统初始值  $[10, 7, 10]$ ，响应系统初始值  $[15, 13, 14]$ 。

实验结果如图 9 所示，有用信号  $m(t)$  经过发送系统转换成密文信号，完全改变了源信号的特征，接收端接收密文信号  $s(t)$  后，经过响应系统同步，解密恢复源信号。从图 9(d) 可以看出，解密后的信号  $m'(t)$ ，5 s 内快速同步有用信号  $m(t)$ 。

有用信号  $m(t)$  被保密通信系统加密和传输，并且不失真的恢复，证明了该方法的有效性。由于加密系统和解密系统同步存在时间差，可以先启动保密系统，经过时间  $\tau > 10$  s 后，再进行待加密信息发送，以保证待加密信息的完整性。

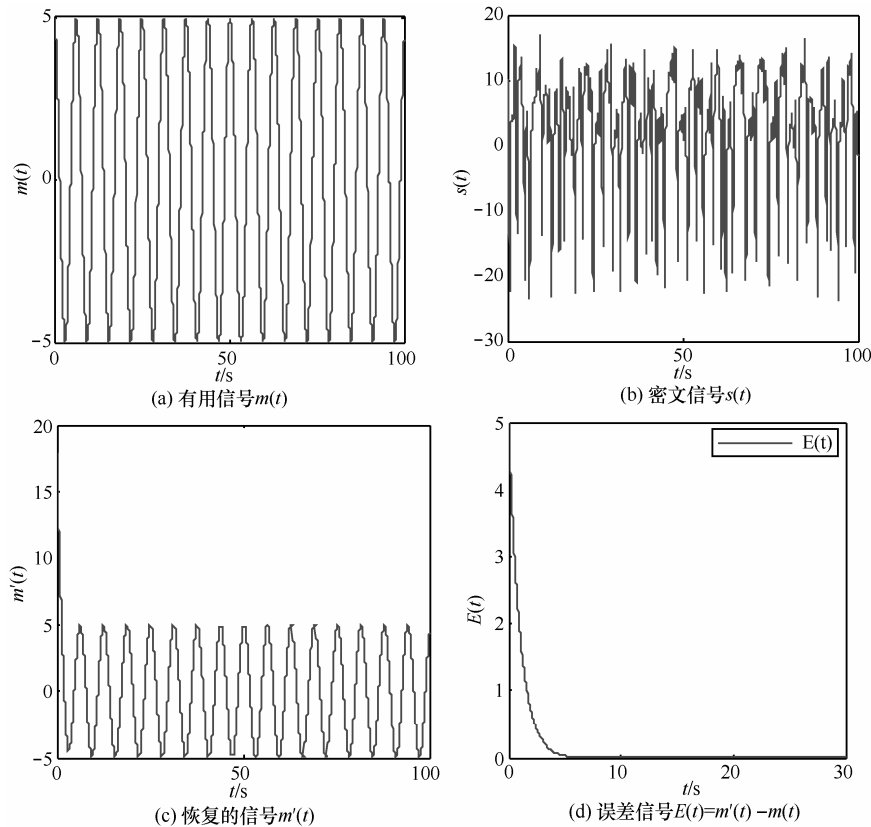


图 9 保密通信的实验结果

### 5 结束语

本文首先提出了一个新的混沌系统，并对该系统进行了动力学分析，分析了新混沌系统的平衡点，研究了 Lyapunov 指数、Lyapunov 维数、Poincare 截面和 Kolmogorov 熵，证实了系统的混沌特征。对混沌系统的相空间 Z 轴转动进行了研究，引入了转动矩阵，建立了相空间内的转动同步模型，利用上述新混沌系统的相空间转动同步研究成果，提出了混沌判别切换保密通信系统的方案，对该方案进行了研究。对系统的保密通信仿真结果表明，该方法具有很强的实用性。

### 参考文献:

[1] 王斌, 吴超, 朱德兰. 一个新的分数阶混沌系统的翼倍增及滑模同步[J]. 物理学报, 2013, 62(23): 230506.  
WANG B, WU C, ZHU D L. A new double-wing fractional-order chaotic system and its synchronization by sliding mode[J]. Acta Phys Sin, 2013, 62(23): 230506.

[2] LIU C, LIU L, LIU T. A novel three-dimensional autonomous chaos system[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2009, 39(4): 1950-1958.

[3] 周欣, 王春华, 郭小蓉. 一个新的网格多翅膀混沌系统及电路实现[J]. 物理学报, 2012, 61(20): 200506.  
ZHOU X, WANG C H, GUO X R. A new grid multi-wing chaotic

system and its circuit implementatic [J]. Acta Phys Sin, 2012, 61(20): 200506.

[4] 黄丽莲, 辛方, 王霖郁. 新分数阶混沌系统的异结构同步及其电路仿真[J]. 系统仿真学报, 2012, 24(7): 1479-1483.  
HUANG L L, XIN F, WANG L Y. Circuit simulation and synchronization of new fractional-order chaotic system[J]. Journal of System simulation, 2012, 24(7): 1479-1483.

[5] PECORA L M, CARROLL T L. Synchronization in chaos systems[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(8): 821-824.

[6] 于娜, 丁群, 陈红. 异结构系统混沌同步及其在保密通信中的应用[J]. 通信学报, 2007, 28(10): 73-78.  
YU N, DING Q, CHEN H. Synchronization of different structure chaotic systems and the application in secure communication[J]. Journal on Communications, 2007, 28(10): 73-78.

[7] PECORA L M, CARROLL T L. Driving system with chaotic signals[J]. Phys Rev, 1991, 44(2): 374-383.

[8] 李国辉, 周世平, 徐德明. 用主动被动分拆法和主动-间隙有何研究 Henon 映射的混沌同步[J]. 量子电子学报, 2001, 18(2): 167-171.  
LI G H, ZHOU S P, XU D M. Synchronizing henon mapping via active-passive decomposition and active-occasional coupling[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2001, 18(2): 167-171.

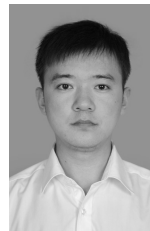
[9] CHRN G R, LAI D J. Making a dynamical system chaotic: feedback control of Lyapunov exponents for discrete time dynamical systems[J]. IEEE Trans on Circuit and System-I 1997, 44 :250.

[10] GUEMEZ J, MATIAS M A. Control chaos in unidimensional[J]. Phys Lett, 1993, A181:29.

[11] 刘恒, 李生刚, 孙业国, 等. 带有未知非对称控制增益的不确定分数阶混沌系统自适应模糊同步控制[J]. 物理学报, 2015, 64(7): 070503.

- LIU H, LI S G, SUN Y G, et al. Adaptive fuzzy synchronization for uncertain fractional-order chaotic systems with unknown nonsymmetrical control gain [J]. *Acta Phys Sin*, 2015, 64(7): 070503.
- [12] HWANG E J, HYUN C H, KIM E, et al. Fuzzy model based adaptive synchronization of uncertain chaotic systems: robust tracking control approach[J]. *Physics Letters A*, 2009, 373: 1935-1939.
- [13] VASSILIS K, ILIAS P, JOHN N L. Intelligent classification using adaptive fuzzy logic systems[C]//Proc of the 4th Int IEEE Conf on Intelligent Systems. Varna, IEEE, 2008: 8-13.
- [14] AGHABABA M P. Finite-time chaos control and synchronization of fractional-order nonautonomous chaotic (hyper-chaotic) systems using fractional nonsingular terminal sliding mode technique[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 69(1-2): 247-261.
- [15] PAI M C. Robust synchronization of chaotic systems using adaptive sliding mode output feedback control[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2012, 226(5): 598-605.
- [16] 杨涛, 邵惠鹤. 基于遗传算法混沌系统同步的研究[J]. *控制理论与应用*, 2002, 10(5): 789-793.
- YANG T, SHAO H H. Chaotic synchronization based on genetic algorithms [J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 10(5): 789-793.
- [17] MEI R, WU Q X, JIANG C S. Robust adaptive backstepping control for a class of uncertain nonlinear systems based on disturbance observers[J]. *Science China-Information Science*, 2010, 53(6): 1201-1215.
- [18] 张友安, 余名哲, 耿宝亮. 基于投影法的不确定分数阶混沌系统自适应同步[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(2): 455-460.
- ZHANG Y A, YU M Z, GENG B L. Adaptive synchronization of uncertain fractional-order chaotic systems based on projective method [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(2): 455-460
- [19] 王平立, 宋斌, 王玲. 混沌时间序列的 Kolmogorov 熵的应用研究[J]. *计算机工程与应用*, 2006, 21: 162-164.
- WANG P L, SONG B, WANG L. Study on Kolmogorov entropy based on chaotic time series [J]. *Computer Engineering Applications*, 2006, 21: 162-164.
- [20] STEVEN M, PRINNCUS. Approximate entropy as a measure of system complexity[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of USA*, 1991, 88(3): 2297-2301.
- [21] 赵贵兵, 石炎福, 段文锋, 等. 从混沌时间序列同时计算关联维和 Kolmogorov 熵[J]. *计算物理*, 1999, 16(5): 309-315.
- ZHAO G B, SHI Y F, DUAN W F, et al. Computing fractal dimension and time series[J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 1999, 16(5): 309-315.

#### 作者简介:



孙广明 (1981-), 男, 黑龙江绥化人, 哈尔滨理工大学博士生, 主要研究方向为数据安全、工业过程控制系统和非线性系统等。



黄金杰 (1967-), 男, 山东莱阳人, 哈尔滨理工大学教授, 主要研究方向为人工智能、非线性系统等。